LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE
PROF: SALAH HANNACHI

2015/2016

Les fonctions trigonométriques

(3$^{\text{EME}}$MATHS)

EXERCICE N1:

I/ Soit g la fonction défini sur $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ par g(x) = x.sin x+cos x – 1

1) Dresser le tableau de variation de g.
2) En déduire le signe de g(x) pour tout x $\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

II/ Soit f la fonction définie sur $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ par : $\begin{cases} f(x) = 2\left(\frac{1-\cos x}{x}\right) \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que f continue en 0.
   b) Montrer que f est dérivable en 0 et préciser f'(0).
   c) Ecrire une équation de la tangente T à (C) on point d'abscisse 0.
   d) Etudier la parité de f.
2) a) Montrer que pour tout x $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]\backslash\{0\}$ on a : f' (x)=$\frac{2.g(x)}{x^2}$
   b) Dresser le tableau de variation de f
3) tracer (C) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (unité 3cm).

EXERCICE N2:

Soit les fonctions f et g définies par : f(x)=2.cos(2x$-\frac{\pi}{3}$)$-$1 et g(x)=$2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x.\cos x$

On désigne par (C) et (Γ) les courbes respectives de f et g dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que la droite D d'équation x=$\frac{2\pi}{3}$ est un axe de symétrie de (C).
2) a) Déduire qu'on peut étudier fsur l'intervalle I=$\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$.
   b) Dresser le tableau de variation de f sur I=$\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$.
   c) Tracer (C') la restriction de f à l'intervalle $\left[\frac{-5\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.
3) a) Montrer qu'il existe un réel k tel que pour tout réel x, on a : g(x)=f(x)+k
   b) Tracer à partir de (C') la courbe (Γ') de la restriction de g à l'intervalle $\left[\frac{-5\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

EXERCICE N3:

A/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : f(x)=$\sqrt{x+\frac{1}{x}}$

On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que :
   f '(x)=$\frac{x^2-1}{2x^2.f(x)}$ $\quad \forall x \in]0,+\infty[$
2) Etablir le tableau de variation de la fonction f.
3) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de $(O,\vec{i})$.
4) Tracer (C).

5) En déduire la représentation graphique de la fonction g : x $\longmapsto -\sqrt{|x| + \frac{1}{|x|}}$ selon le même repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

B/ Soit la fonction h définie par h(x)=f(sin2x).

1) Vérifier que la fonction h est définie sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

2) Montrer que la fonction h est dérivable sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ et que h'(x)=2cos2x.f '(sin2x) $\forall x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

3) a) Vérifier que f '(sin2x)≤ 0 $\forall x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

b) Etablir le tableau de variation de la fonction h sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

4) On désigne par (Γ) la courbe représentative de la restriction de h à $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ selon un repère orthogonal $(O',\vec{u},\vec{v})$. (On prendra sur l'axe des abscisses 4cm pour $\frac{\pi}{2}$ rad)

a) Préciser les asymptotes de (Γ).

b) Montrer que la droite Δ : x=$\frac{\pi}{4}$ est un axe de symétrie de la courbe (Γ).

c) Tracer la courbe (Γ) ainsi que ses asymptotes.